三角関数の公式まとめ

＜必須の公式①＞

㋐ $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

㋑ $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

＜必須の公式② sin,cosの加法定理＞

① $\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

② $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

③ $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

④ $\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

ここに載せきれなかったものは自分で導き出してみましょう！

◎sin(90° －θ)などは全て加法定理から求められます

例　$\sin(90^\circ-\theta) = \sin 90^\circ\cos\theta - \cos 90^\circ\sin\theta$　（$\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$　より）

$= \cos\theta$

◎tan(α±β)は、㋐とsin,cosの加法定理から求められます

例　$\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} = \dfrac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}$

↘これで分母分子をそれぞれ割る

$$= \dfrac{\dfrac{\sin\alpha\cos\beta}{\cos\alpha\cos\beta} + \dfrac{\cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}{1 - \dfrac{\sin\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}}$$

$$= \dfrac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

◎2倍角の公式は、加法定理でβ＝αとおくと求められます

例　①より、$\sin(\alpha+\alpha) = \sin\alpha\cos\alpha + \cos\alpha\sin\alpha$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

③より、$\cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

さらに㋑より、$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha$だから、

$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$　（⑤）

㋑より、$\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$だから、

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$　（⑥）

◎半角の公式は、⑤式⑥式より求められます

例　⑤より、$\sin^2\alpha = \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$　だから$\alpha = \dfrac{\alpha}{2}$　と置き換えて、$\sin^2\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{1-\cos\alpha}{2}$

◎積→和・差に変換する公式

例　①＋②より$\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2\sin\alpha\cos\beta$　（⑦）

よって、$\sin\alpha\cos\beta = \dfrac{1}{2}\left\{\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)\right\}$

◎和・差→積に変換する公式

例　$\alpha+\beta = A$、$\alpha-\beta = B$とおくと、$\alpha = \dfrac{A+B}{2}$、$\beta = \dfrac{A-B}{2}$　だから、

⑦に代入して、$\sin A + \sin B = 2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

明光義塾　鈴鹿白子教室